№1 - 7б, №2 - 7б, №4 - 6б, №5 - 7б

09 - 01 218

9.1

~~Независимо от хода первого игрока, второй всегда сможет дополнить его до 101, за каждые два хода из общего числа монет будет вычитаться 101.~~

$$\begin{array}{r|l} 2005 & 101 \\ -\,101 & 19 \\ 995 & \\ -\,909 & \\ 86 & \end{array}$$

~~Остаток равен 86, значит~~

Первый игрок выиграет, если на последнем ходу второго монет на столе будет 1 или 0. Тогда своим первым ходом он может взять 85 монет, чтобы количество монет при делении на 101 давало остаток 1. Каждым последующим ходом первый должен брать 101-x монет, где x-количество монет взятых вторым. Тогда на последнем ходу второго монет на столе будет 1 и первый игрок выиграет.

7б

9.2

$x^4+2021x^2+2020x+2021 = x^4+2020x^2+2020x+2020+x^2+1=$

$= x^4+x^2+1+2020(x^2+x+1)$

у уравнения x^2+x+1 отрицательный дискриминант, значит больше его разложить нельзя, поделим уголком x^4+x^2+1 на x^2+x+1, получив

$x^4+x^2+1=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

$(x^2+x+1)(x^2-x+1)+2020(x^2+x+1)=(x^2+x+1)(x^2-x+2021)$

у уравнения $x^2-x+2021$ также отрицательный дискриминант. 7б

Ответ: $(x^2+x+1)(x^2-x+2021)$

9.5

Обозначим отличников как x, двоечников y, а троечников z.

Пусть k троечников ошиблись в ответе на 1 вопрос:

$19 = x + y + k$ Т.К. они ошиблись в ответе на 1-ый вопрос, то на 2 они ответят правильно

$12 = y + k$ Теперь на последний вопрос „да" снова ответят k троечников, т.к. „да" будет неправильным ответом для них.

$9 = k$

Теперь вычислим x и y.

$y = 12 - k = 12 - 9 = 3$

$x = 19 - k - y = 7$

$z = 30 - y - x = 30 - 10 = 20$

Ответ: 20 троечников.

7б

9.4

$(n+1)!(m+1)! = (n+m)!$ пусть $m \geq n$

$(n+1)! = \frac{(n+m)!}{(m+1)!}$

$n!(n+1) = (m+2) \cdot \ldots \cdot (m+n)$

$(m+2) \cdot \ldots \cdot (m+n)$ будет не меньше, чем $m^{n-1} + 2m^{n-2} + 3m^{n-3} + \ldots + (n-1)m$

что будет больше, чем $(n+1)!$ при $m \geq n$

0б

№1 - 7,5, №5 - 7,5 09-02 14/8

№1

Победит ~~второй~~ первый. Приведём выигрышную тактику для него.

~~Пусть на своём ходу 1-ый взял какое-то нечетное число a, тогда 2-ой должен взять 101 - a (это можно сделать, т.к. нечет. - нечет. = чет.)~~

~~При такой игре после 19 хода второго на столе останется 86 монет.~~

~~Какое бы нечетное число~~

На своём 1-ом ходу он должен взять 85 монет. Тогда, пусть на i-ом ходу 2-ой игрок взял a монет, тогда первый берет из кучи 101 - a монет (это можно сделать, т.к. нечет - чет = нечет). После 19 таких ходов в куче останется $2005-85-(101\cdot 19)$, т.е. одна монета. Ход переходит ко 2-ому игроку, и он проигрывает, т.к. не может сделать ход, забрав одну монету.

схема:

85 — забрал 1-ый

a_1

$101-a_1$

a_2

$101-a_2$

...

a_{19}

$101-a_{19}$

} 19 пар ходов

7,5

№5

Пусть a - кол-во отлич., b - кол-во троечник., c - кол-во двоечн.

тогда по условию

отличники ответили: да нет нет, двоечники - да да нет

а троечники - либо нет да нет (правда), либо да нет да (неправда).

т.е.

$a+c+b_{непр.}=19$ $\quad$ $c+b_{правд.}=12$ $\quad$ $b_{непр.}=9$

из этого несложно посчитать, что $a+c=10$, значит троечников - 20.

7,5