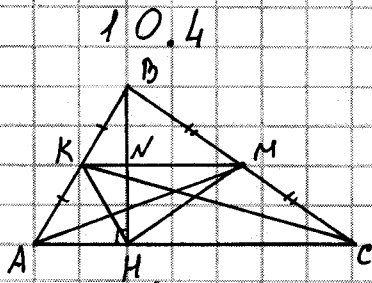


1-05; 3-65; 4-65, 5-35.

10-01



1. $\left. \begin{array}{l} AK=BK, \text{ т.к. } KC-\text{мед.} \\ BM=CM, \text{ т.к. } AM-\text{мед.} \end{array} \right\} \Rightarrow KM-\text{ср. лин. } \triangle ABC$

$\Rightarrow KM \parallel AC$

2. $\triangle KBM \sim \triangle ABC$, т.к. KM -ср. лин. $\Rightarrow K=2 \Rightarrow \frac{BN}{BH} = \frac{1}{2}$

$2BN = BH$
 $2BN = BN + NH$
 $BN = NH$

4. Рассм. $\triangle HKN$ и $\triangle KNB$

$\left. \begin{array}{l} \angle KHN = \angle KNB = 90^\circ, \text{ т.к. } BH \perp KM \\ KN-\text{общ.} \\ BN = NH \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle HKN = \triangle KNB$

по 2 кат.
 $\Rightarrow \triangle HKN = \triangle KNB$

3. $\left. \begin{array}{l} AC \parallel KM \\ BH \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BH \perp KM$

$\Rightarrow KB = KN$

5. $\left. \begin{array}{l} KB = KN \\ KB = AK \end{array} \right\} \Rightarrow AK = KN \Rightarrow \triangle AKN-\text{р/д} \Rightarrow \angle KAN = \angle KNA$

6. Рассм. $\triangle BMN$ и $\triangle MHN$

$\left. \begin{array}{l} \angle MNB = \angle MHN = 90^\circ, \text{ т.к. } BH \perp KM \\ MN-\text{общ.} \\ BN = HN \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BMN = \triangle MHN$

по 2 кат.
 $\Rightarrow BM = MN$

7. $\left. \begin{array}{l} BM = MN \\ BM = MC \end{array} \right\} \Rightarrow MN = MC$

$\Rightarrow \triangle BMN-\text{р/д} \Rightarrow \angle MNC = \angle MCH$

8. $\angle KNA = \angle HKM$ как \angle лы при $KM \parallel AC$ и сек. KN
 $\angle MNC = \angle KMH$ как \angle лы при $KM \parallel AC$ и сек. HM

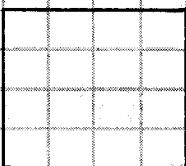
9. $\left. \begin{array}{l} \angle KNA = \angle HKM \\ \angle KNA = \angle KAN \end{array} \right\} \Rightarrow \angle HKM = \angle BAC$
 (т.к. $\angle KAN$)

10. $\left. \begin{array}{l} \angle MNC = \angle KMH \\ \angle MNC = \angle MCH \end{array} \right\} \Rightarrow \angle KMH = \angle BCA$
 (т.к. $\angle MCH$)

11. $\left. \begin{array}{l} \angle HKM = \angle BAC \\ \angle KMH = \angle BCA \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle KHM \sim \triangle ABC$
 по 2 углам
 т.к. \angle



10.5



комната



коврик

$S_1 = 4 \cdot 4 = 16$ - площадь комнаты

$S_2 = 2 \cdot 1 = 2$ - площадь коврика

$16 : 2 = 8$ - кол-во ковриков, которое понадобится

$13 - 1 = 12$ - кол-во ковриков, которое останется после того, как 1 возьмут в другую комнату

$12 > 8 \Rightarrow$ оставшихся ковриков хватит на данную комнату и ещё 4 (12-8) останется

35

\Rightarrow рабочие смогут выдрать коврики так, чтобы ремонт в квартире можно было продолжить, не испортив пол

10.3

$$a^2 b^2 (a^2 b^2 + 4) = 2(a^6 + b^6)$$

$$a^4 b^4 + 4a^2 b^2 - 2a^6 - 2b^6 = 0$$

$$b^4(a^4 - 2b^2) - 2a^2(a^4 - 2b^2) = 0$$

$$(a^4 - 2b^2)(b^4 - 2a^2) = 0$$

$$a^4 - 2b^2 = 0 \quad \text{или} \quad b^4 - 2a^2 = 0$$

$$a^4 = 2b^2$$

$$b^4 = 2a^2$$

$$a = \sqrt[4]{2b^2}$$

$$b = \sqrt[4]{2a^2}$$

$$b = \sqrt{\frac{a^4}{2}} = \frac{a^2}{\sqrt{2}} = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} \quad a = \sqrt{\frac{b^4}{2}} = \frac{b^2}{\sqrt{2}} = \frac{b^2 \sqrt{2}}{2}$$

a -иррационально или b -иррационально

10.1

Если $f(-1) = f(x)$, то $x = -1$.

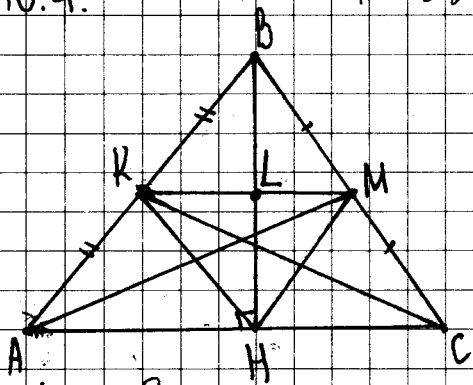
$$f(x) = f(x^2 + y) - f(y^2)$$

$$f(-1) = f((-1)^2 + y) - f(y^2) = f(1 + y) - f(y^2)$$

$$f(-1) \neq f(y^2), \text{ т.к. } y^2 \neq -1$$

N 10.4.

1-05, 2-05, 3-05, 4-75, 5-60



Дано:

BH - высота к AC,

AM и CK - медианы к BC и AB соответственно

Док-ть: $\triangle KLM \sim \triangle ABC$

Док-во:

II.к. $AK = BK$, $CM = BM$, то KM - средняя линия от AC.

$KM \perp BH$, т.к. BH - высота и KM - средняя линия.

$BL = LH$, т.к. KM - средняя линия от AC.

1) Докажем, что $\triangle KBL = \triangle KHL$:

а) KL - общая сторона

б) $BL = LH$

в) $\angle KLB = \angle KHL = 90^\circ$ (т.к. $KM \perp BH$) } Это I признаку равенства

III.к. $\triangle KBL = \triangle KHL$, то $KB = KH \Rightarrow KH = \frac{1}{2} AB$

2) Докажем, что $\triangle BLM = \triangle HLM$:

а) LM - общая сторона

б) $BL = LH$

в) $\angle MLB = \angle MLH = 90^\circ$ (т.к. $KM \perp BH$) } Это I признаку равенства

III.к. $\triangle BLM = \triangle HLM \Rightarrow BM = HM \Rightarrow HM = \frac{1}{2} BC$

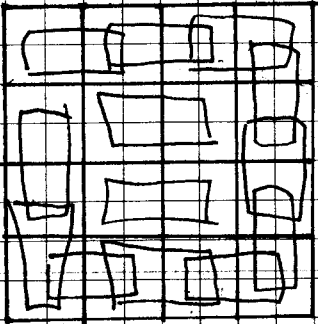
Итого получим:

$$\left. \begin{array}{l} KM = \frac{1}{2} AC \\ KH = \frac{1}{2} AB \\ HM = \frac{1}{2} BC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle KHM \sim \triangle ABC$$

ч.т.д.

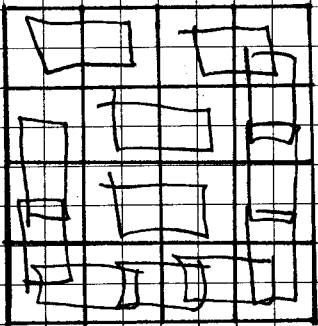
№ 10.5.

Давайте сделаем чертёж, того как рабочие стелют 13-ю ковриками одну комнату (4x4)



Стелли комнату таким образом, чтобы один коврик налагивался на другой.

Таким образом, комната покрыта 13-ю ковриками. Теперь нам следует убрать один коврик так, чтобы пол оставался закрытым полностью.



Таким образом, можно убрать один коврик, тем самым оставив весь пол закрытым ковриками

е.г.

Задача 10.1.

$$f(x^2 + y) = f(x) + f(y^2)$$

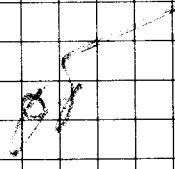
Ответ: $f(-1) = 1$

об

N 10.3.

$$a^2 b^2 (a^2 b^2 + 4) = 2(a^6 + b^6)$$

$$\frac{a^2 b^2 (a^2 b^2 + 4)}{2(a^6 + b^6)} = 1$$



В знаменателе получается четное число, т.к. правая часть умножается на 2. Т.к. знаменатель содержит четное число, то числитель кратен 2, т.к. все в дроби равно 1.

Из этого мы можем сделать вывод, что все числа в данном выражении рациональны.

Ответ: a и b - рациональные числа.

N 10.5.

Давайте сделаем чертёж, того как рабочие стелят 13-ю ковриками одну комнату:

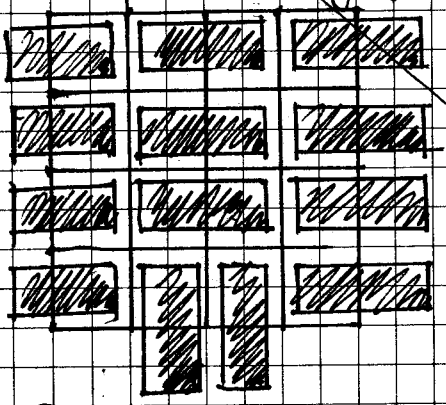
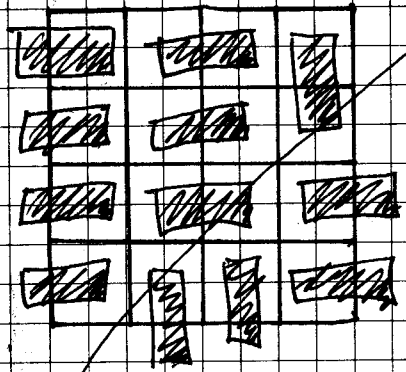


Иллюстрация
И.И.И.

Теперь нам следует убрать один коврик и другой пере-тавить так, чтобы весь пол был покрыт ковриками:



Таким образом, можно убрать один коврик, тем самым оставив весь пол закрыт ковриками. С.Т.Д.

И.И.И.

N 10.2.

$$\begin{cases} y = x^2 + px + q \\ z = y^2 + py + q \\ x = z^2 + pz + q \end{cases}$$

$$z = y^2 + py + q = (x^2 + px + q)^2 + p(x^2 + px + q) + q$$

$$x = z^2 + pz + q = \left((x^2 + px + q)^2 + p(x^2 + px + q) + q \right)^2 + p \left((x^2 + px + q)^2 + p(x^2 + px + q) + q \right) + q$$

$$= x^4 + p^2 x^4 + 4x^3 p^2 + 4x^2 p^2 q + 4x^2 p^2 + p^2 x^2 + p^4 + p^3 x + p^3 + 2p^2 x + 2p^2 q + 2p^2 x q + p^2 x + p^2 + p^2 q + 2q = x^4 + p^2 x^4 + 4x^3 p^2 + 4x^2 p^2 q + 4x^2 p^2 + p^2 x^2 + p^4 + p^3 x + p^3 + 2p^2 x + 2p^2 q + 2p^2 x q + p^2 x + p^2 + p^2 q + 2q$$

$$+ p^2 q + 2q = x^4 + p^2 x^4 + 4x^3 p^2 + 4x^2 p^2 q + 4x^2 p^2 + p^2 x^2 + p^4 + p^3 x + p^3 + 2p^2 x + 2p^2 q + 2p^2 x q + p^2 x + p^2 + p^2 q + 2q$$

$$= x^4 + p^2 x^4 + 4x^3 p^2 + 4x^2 p^2 q + p^2 x^2 + p^4 + p^3 x + p^3 + 2p^2 x + 2p^2 q + 2p^2 x q + p^2 x + p^2 + p^2 q + 2q$$

$$+ p) + p(q^2 p + q + 2qx + px + q) + q^4 + q^2 + 2q$$

55