М-11-01

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
АДМИНИСТРАЦИЯ СОВЕТСКОГО ГОРОДСКОГО ОКРУГА
КАЛИНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ
Муниципальное автономное общеобразовательное
учреждение «Лицей № 5»
ул. Тимирязева, д. 20, г. Советск, Калининградская обл., 238700
ОКПО 42366123 ОГРН 1023902002937
ИНН / КПП 3911006891 / 391101001
№
на № от

Задание 11.5

13б

Всего король сделал 64 хода т.к. по условию он побывал на всех ровно 1 раз клетках поля ($8 \cdot 8 = 64$) и вернулся в исходную.

Так как король за один ход может попасть только на соседнее поле (по горизонтали, вертикали или диагонали), то его "шаг" может иметь длину, равную либо 1 (расстояние между центрами квадратов со стороной 1), либо $\sqrt{2}$ (по теореме Пифагора $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ (рис. 1)).

Так как $\sqrt{2}>1$, то кратчайшим из возможных путей короля будет любой из тех, что не содержит движений по диагонали; кратчайший же будет тот, который содержит наибольшее количество ходов по диагонали (по условию король побывал в каждой клетке, кроме начальной, ровно 1 раз, а двигаясь исключительно по диагоналям это условие выполнить невозможно)

6б

Таким образом кратчайший путь короля будет иметь длину, равную $64 \cdot 1 = 64$ пример такого пути: рис. 2. Наиболее длинный же будет составлять $36\sqrt{2}+28$ примеры: рис. 3 и рис. 4.

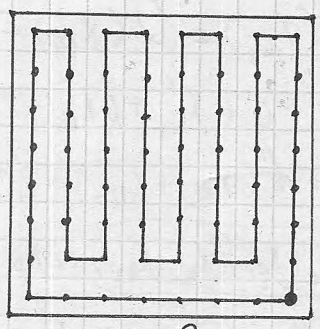


рис. 2

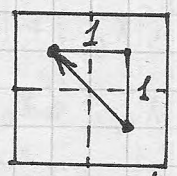


рис. 1

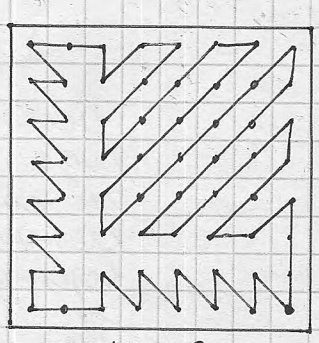


рис 3

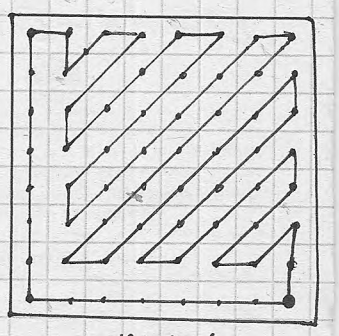


рис. 4

Ответ: кратчайший путь равен 64, а длиннейший $36\sqrt{2}+28$.

Задание 11.1

$P(x) = x^2 + bx + c \qquad D_p = b^2 - 4c \qquad x_{p1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D_p}}{2}$

$Q(x) = x^2 + ex + f \qquad D_Q = e^2 - 4f \qquad x_{Q1,2} = \frac{-e \pm \sqrt{D_Q}}{2}$

$f = x_{Q1} x_{Q2} \quad \vdots \quad -b = x_{p1} + x_{p2}$

$c = x_{p1} x_{p2} \quad \vdots \quad -e = x_{Q1} + x_{Q2}$

$D_p = x_{p1}^2 + 2x_{p1}x_{p2} + x_{p2}^2 - 4x_{p1}x_{p2} = x_{p1}^2 - 2x_{p1}x_{p2} + x_{p2}^2 = (x_{p1} - x_{p2})^2$

$D_Q = x_{Q1}^2 - 2x_{Q1}x_{Q2} + x_{Q2}^2 = (x_{Q1} - x_{Q2})^2$

$P(x_{Q1}) + P(x_{Q2}) = Q(x_{p1}) + Q(x_{p2})$

$x_{Q1}^2 + bx_{Q1} + c + x_{Q2}^2 + bx_{Q2} + c = x_{p1}^2 + ex_{p1} + f + x_{p2}^2 + ex_{p2} + f$

$x_{Q1}^2 + x_{Q2}^2 + b(x_{Q1} + x_{Q2}) + 2c = x_{p1}^2 + x_{p2}^2 + e(x_{p1} + x_{p2}) + 2f$

$x_{Q1}^2 + x_{Q2}^2 - (x_{p1} + x_{p2})(x_{Q1} + x_{Q2}) + 2x_{p1}x_{p2} = x_{p1}^2 + x_{p2}^2 - (x_{Q1} + x_{Q2})(x_{p1} + x_{p2}) + 2x_{Q1}x_{Q2}$

$x_{Q1}^2 - 2x_{Q1}x_{Q2} + x_{Q2}^2 = x_{p1}^2 - 2x_{p1}x_{p2} + x_{p2}^2$

$\underbrace{(x_{Q1} - x_{Q2})^2}_{D_Q} = \underbrace{(x_{p1} - x_{p2})^2}_{D_p}$

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
АДМИНИСТРАЦИЯ СОВЕТСКОГО ГОРОДСКОГО ОКРУГА
КАЛИНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ
Муниципальное автономное общеобразовательное
учреждение «Лицей № 5»
ул. Тимирязева, д. 20, г. Советск, Калининградская обл., 238700
ОКПО 42366123 ОГРН 1023902002937
ИНН / КПП 3911066691 / 391101001

_____ № _____
на № _____ от _____

21-11-02

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
АДМИНИСТРАЦИЯ СОВЕТСКОГО ГОРОДСКОГО ОКРУГА
КАЛИНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ
Муниципальное автономное общеобразовательно
учреждение «Лицей № 5»
ул. Тимирязева, д. 20, г. Советск, Калининградская обл., 238750
ОКПО 42366123 ОГРН 1023902002937
ИНН / КПП 3911006891 / 391101001
№
на № от

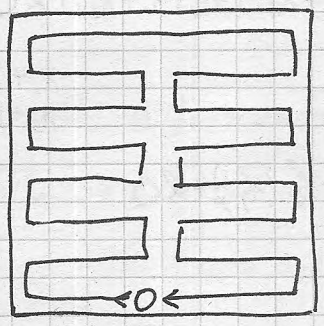
125

Задание 11.5

1) Наименьшая длина:

За один ход король может пройти минимум 1, значит весь его путь будет состоять из горизонтальных и вертикальных шагов на 1, т.е. $1 \cdot 64 = 6$

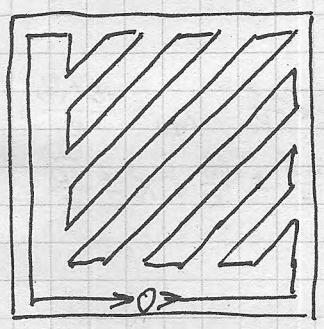
$N_{min} = 64$



2) Наибольшая длина

Максимум за один ход король может пройти $\sqrt{2}$ ($\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1) по диагонали, так что чтобы путь был максимальным, он должен как можно больше ходить по диагонали.

58



$N_{max} = 28 + 36\sqrt{2} \approx 78{,}4$

Ответ: $N_{min} = 64$; $N_{max} = 28 + 36\sqrt{2}$

78

Задание 11.1.

$P(x) = x^2 + b_1 x + c_1$ $\quad D = x_1; x_2$

$Q(x) = x^2 + b_2 x + c_2$ $\quad x_3; x_4$

$P(x_3) + P(x_4) = Q(x_1) + Q(x_2)$ — по условию

$x_3^2 + b_1 x_3 + c_1 + x_4^2 + b_1 x_4 + c_1 = x_1^2 + b_2 x_1 + c_2 + x_2^2 + b_2 x_2 + c_2$

$x_3^2 + x_4^2 + b_1(x_3 + x_4) + 2c_1 = x_1^2 + x_2^2 + b_2(x_1 + x_2) + 2c_2$

$x_1 + x_2 = -b_1$
$x_3 + x_4 = -b_2$

$x_3^2 + x_4^2 + b_1 \cdot (-b_2) + 2c_1 = x_1^2 + x_2^2 + b_2(-b_1) + 2c_2$

$x_3^2 + x_4^2 + 2c_1 = x_1^2 + x_2^2 + 2c_1$

$x_1 \cdot x_2 = c_1$
$x_3 \cdot x_4 = c_2$

$x_3^2 + x_4^2 + 2x_1x_2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_3x_4$

$x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = x_3^2 + x_4^2 - 2x_3x_4$

$(x_1 - x_2)^2 = (x_3 - x_4)^2$

$\left(\cancel{x_{0P}} + \frac{\sqrt{D_1}}{2} - \cancel{x_{0P}} - \left(-\frac{\sqrt{D_1}}{2}\right)\right)^2 = \left(\cancel{x_{0Q}} + \frac{\sqrt{D_2}}{2} - \cancel{x_{0Q}} - \left(-\frac{\sqrt{D_2}}{2}\right)\right)^2$

$\left(2 \cdot \frac{\sqrt{D_1}}{2}\right)^2 = \left(2 \cdot \frac{\sqrt{D_2}}{2}\right)^2$

$x_0 = \frac{-b}{2}$ $\quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2} = \frac{-b}{2} \pm \frac{\sqrt{D}}{2} = x_0 \pm \frac{\sqrt{D}}{2}$

$D_1 = D_2$, что и требовалось доказать

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
АДМИНИСТРАЦИЯ СОВЕТСКОГО ГОРОДСКОГО ОКРУГА
КАЛИНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ
Муниципальное автономное общеобразовательное
учреждение «Лицей № 5»
ул. Тимирязева, д. 20, г. Советск, Калининградская обл., 238700
ОКПО 42366123 ОГРН 1023902002937
ИНН / КПП 3911006891 / 391101001
№
на № от

Задание 11.3

$$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}} > 2\sqrt{n}-\frac{3}{2} \quad |\cdot 2$$

$$\frac{\sqrt{n!}+\sqrt{\frac{n!}{2}}+\sqrt{\frac{n!}{3}}+\ldots+\sqrt{\frac{n!}{n}}}{\sqrt{n!}} > \frac{4\sqrt{n}-3}{2} \quad |\cdot\sqrt{n!}$$

$$\frac{2\sqrt{n!}+2\sqrt{\frac{n!}{2}}+2\sqrt{\frac{n!}{3}}+\ldots+2\sqrt{\frac{n!}{n}}-4\sqrt{n\cdot n!}+3\sqrt{n!}}{2\sqrt{n!}} > 0$$

06

$2\sqrt{n!} > 0$

$2\sqrt{n!}+2\sqrt{\frac{n!}{2}}+2\sqrt{\frac{n!}{3}}+\ldots+2\sqrt{\frac{n!}{n}}-4\sqrt{n\cdot n!}+3\sqrt{n!} > 0$

$5\sqrt{n!}+2\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{n!}+\ldots+2\sqrt{\frac{1}{n}}\cdot\sqrt{n!}-4\sqrt{n\cdot n!} > 0$

$5+\frac{2\sqrt{2}}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{3}+\ldots\frac{2\sqrt{n}}{n}-4\sqrt{n} > 0$

$\cancel{5+2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}+\ldots+\frac{\sqrt{n}}{n}-2\sqrt{n}\right) > 0}$

$\sqrt{2}\approx 1{,}4$

$\sqrt{3}\approx 1{,}7$

Пусть $n=3$, тогда

$5+2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)-4\sqrt{3} > 0$

$5+2(\overset{2{,}6}{0{,}7}+\overset{1{,}3}{0{,}6})-6{,}8 > 0$

$7{,}6-6{,}8 > 0$ - верно

Пусть $n=4$, тогда

$5+2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{4}}{4}\right)-4\sqrt{4} > 0$

$5+2(\overset{2{,}6}{0{,}7}+\overset{1{,}2}{0{,}6}+0{,}5)-8 > 0$

$8{,}6-8 > 0$ - верно.